

SU UN METODO DIRETTO DI ANALISI DELLE CORRENTI ALTERNATIVE * *

ALBERTO DINA

L'articolo dell'ing. Bianchi Quattrosoldi, pubblicato recentemente in questa rivista (1), lascia nel lettore l'impressione, che sia una novità non solo lo speciale metodo esposto dall'autore, ma ben anche l'idea di determinare i valori delle armoniche nelle curve di tensione e di corrente in modo diretto, cioè indipendente da ogni rilievo delle curve stesse. E quindi interessante notare, che invece un metodo semplice di analisi diretta delle correnti alternative fu indicato da Des Coudres nientemeno che diciassette anni fa (2).

Poichè sembra che il metodo di Des Coudres sia stato dimenticato, vale la pena di richiamare in due parole in che cosa esso consista.

Se si fa percorrere una delle bobine di un wattmetro dalla corrente deformata I di frequenza f , che si vuol analizzare, e si invia attraverso all'altra bobina una corrente sinusoidale ausiliare i_p di frequenza pf , uguale cioè a quella della p -ma armonica i_p della corrente principale, questa armonica, e nessun'altra, reagisce elettrodinamicamente colla corrente ausiliare, e precisamente la deviazione del wattmetro è proporzionale a

$$I_p i_p \cos(I_p, i_p).$$

Eseguendo due simili esperimenti con correnti ausiliari del medesimo valore effettivo, ma differenti nella fase di un angolo retto, le due deviazioni che si ottengono, unitamente al valore e alla fase della corrente ausiliare ed alla costante dell'istrumento, permettono di calcolare il valore effettivo e la fase dell'armonica considerata.

L'autore provò in laboratorio questo suo metodo con mezzi adatti soltanto per prime esperienze d'orientamento, nè del tutto spogli da obiezioni, epperò, come egli stesso consigliava, diveniva importante conferire all'esecuzione del metodo un carattere tecnico. Io ebbi appunto, pochi anni dopo le pubblicazioni di Des Coudres, ad occuparmi della questione sotto questo punto di vista, sicchè posso aggiungere qui alcune osservazioni in proposito.

* *

Praticamente hanno importanza soprattutto i valori effettivi delle armoniche e non le loro fasi; rinunciando alla determinazione di queste ultime, si può ottenere il valore effettivo di ciascuna armonica della corrente da analizzare con un'unica misura, e cioè basta variare gradualmente la fase della corrente sinusoidale ausiliaria di pari frequenza fino a che la deviazione del wattmetro passi per un massimo, il che sta ad indicare che la corrente ausiliare è in fase coll'armonica considerata. Il valore effettivo di questa si ottiene allora semplicemente dividendo pel valore effettivo della corrente ausiliare il prodotto della costante dell'istrumento per la deviazione massima ottenuta.

Se si tratta di analizzare una tensione, per la misura si

utilizza una debole corrente di forma simile, derivata attraverso una bobina del wattmetro in serie con una opportuna resistenza ohmica; per ottenere i valori delle armoniche della curva di tensione la costante dell'istrumento andrà quindi moltiplicata altresì per la resistenza complessiva di tale circuito voltmetrico.

* *

La realizzazione di correnti rigorosamente sinusoidali delle frequenze delle diverse armoniche, che si vogliono misurare, mediante un semplice e solido apparecchio tecnico sarebbe certo tutt'altro che facile, ma fortunatamente piccole deviazioni dalla sinusoidale non hanno sensibile influenza sulla misura, e ciò soprattutto nel caso praticamente molto importante che la grandezza da analizzare non contenga le armoniche di ordine multiplo di tre, come avviene ad es. per la tensione concatenata di un generatore trifase.

L'armonica superiore di ordine più basso è allora la quinta. Per trovare il valore di questa si deve adoperare una corrente ausiliare di pari frequenza i_5 ; vogliamo qui supporre che tale corrente, contrariamente al presupposto teorico, non sia sinusoidale, ma contenga invece, oltre alla fondamentale $(i_5)_1$, tutta la serie di armoniche $(i_5)_2, (i_5)_3, \dots$, ecc. Fra queste la 3° non ha influenza sull'indicazione del wattmetro, perchè nella corrente principale manca l'armonica di pari frequenza, cioè la 15°, che è di ordine multiplo di tre; la 5° e la 7° avranno influenza solo in quanto la corrente principale contenga le armoniche di ugual frequenza, cioè rispettivamente la 25° o la 35°, e così via. Ciò posto, poichè queste armoniche di ordine molto elevato hanno di solito un valore minimo, si vede che le armoniche eventualmente presenti nella corrente ausiliare, purchè non molto pronunciate, non avranno sulla misura influenza apprezzabile; e ciò a tanto maggior ragione quanto più alto è l'ordine dell'armonica, il cui valore si vuol determinare.

Che le armoniche superiori di ogni corrente ausiliare i_p debbano essere di ampiezza limitata dipende anche dal fatto, che viene misurato il valore effettivo di tale corrente, e non quello della sua onda fondamentale che qui interessa. Perciò si eviterà un errore sensibile, solo quando questi due valori siano prossimi fra loro, cioè quando $(i_p)_2^2 + (i_p)_3^2 + \dots$ riesca molto piccolo rispetto ad $(i_p)_1^2$.

Se le tensioni o correnti da analizzare contengono le armoniche di ordine multiplo di tre, si dovrà avere maggior cura di ridurre al minimo nelle correnti ausiliari le ampiezze delle prime armoniche superiori, e soprattutto la $(i_3)_3$ per evitare che già la I_3 possa turbare la determinazione di I_3 (1).

In ogni caso la difficoltà maggiore nella produzione di una adatta corrente ausiliare si incontrerebbe nella determinazione dell'onda fondamentale, perchè allora ogni armonica

(1) Non occorre però di essere eccessivamente scrupolosi al riguardo, perchè ad es., anche se fosse:

$$(i_3)_3 = 0,04 (i_3)_1 \quad I_3 = 0,25 I_3$$

l'errore nella misura wattmetrica potrebbe raggiungere l'1% solo nel caso più sfavorevole, in cui, quando si porta $(i_3)_3$ in fase con I_3 , anche $(i_3)_2$ e I_3 riescano contemporaneamente in fase fra loro.

Tuttavia, se la sorgente ausiliare, mal costruita, desse luogo a una $(i_3)_3$ troppo accentuata, si potrà ricorrere al seguente ripiego. Si disponga in parallelo alla sorgente un circuito di debole resistenza ohmica, contenente una capacità ed un'autoinduzione tali, da riuscire in risonanza colla frequenza $9f$ di $(i_3)_3$. Un simile dispositivo funge da corto circuito per l'armonica considerata, la quale potrà quindi scorrere in un circuito esterno soltanto in misura ridottissima.

(1) Una applicazione dei potenziometri per corrente alternata alla ricerca delle armoniche nelle curve di corrente e di tensione. *L'Elettrotecnica*, 1915.

(2) *Verh. der phys. Ges. Berlin*, 1898, e successivamente con maggiori particolari *E. T. Z.*, 1900.

della corrente ausiliare non perfettamente sinusoidale potrebbe contemporaneamente reagire sulla corrispondente armonica della corrente principale.

Ma, se si ammette che soltanto le armoniche superiori, i cui valori vengono misurati, abbiano grandezza sensibile, la difficoltà si può girare facilmente, ricavando il valore della prima armonica (onda fondamentale) dalla relazione, che il quadrato del valore effettivo per una curva deformata (valore che si misura direttamente) è uguale alla somma dei quadrati dei valori effettivi delle singole armoniche.

Anzi, se le armoniche superiori sono poco pronunciate, non si commette errore notevole, se si determina la loro grandezza percentuale, riferendosi senz'altro al noto valore effettivo per la curva deformata invece che a quello dell'onda fondamentale (1). Quindi, se si avesse motivo di ritenere già a priori che le armoniche superiori sono poco sviluppate, si potrà, in base a tale osservazione, ottenere il valore percentuale approssimato di una di esse senza bisogno di misurare le altre.

* *

I rotorii dei minuscoli generatori delle correnti ausiliari (tanti quante sono le armoniche di cui si vogliono trovare i valori) verranno opportunamente montati sullo stesso asse, e, affinché diano luogo a correnti esattamente delle frequenze volute, verranno mossi da un motorino sincrono conassiale, alimentato direttamente o indirettamente dalla stessa sorgente, che, in modo mediato od immediato, dà origine alla grandezza da analizzare. Al complesso degli aùtori poi si dovranno poter dare posizioni diverse gradualmente variabili mediante un ingranaggio a settore dentato e vite perpendicolarmente; i generatori stessi verranno così a funzionare contemporaneamente da variatori di fase.

Per evitare numerosi contatti striscianti, i generatori potranno venir costruiti di un tipo a solo ferro rotante. Si ottiene così anche il vantaggio di poter variare la forma delle sporgenze di ciascun rotore senza smontare alcun avvolgimento, ed avvicinarsi così più rapidamente, in seguito a successive varianti controllate per mezzo dell'oscillografo, alla forma sinusoidale per ogni corrente ausiliare.

Si potrà ad es. costituire uno statore e il corrispondente rotore mediante due anelli laminati presentanti un uguale ed opportuno numero di denti, e disporre su quelli dello statore sia le bobine d'eccitazione che le bobine indotte; il flusso concatenato con ciascuna di queste ultime varia periodicamente al girar del rotore, in seguito alla variazione della riluttanza, fra un massimo e un minimo, e origina quindi una f. e. m. alternativa. Non è il caso di entrare qui in una discussione sui mezzi più accorti per ricavare da tali macchinette correnti di forma abbastanza prossima alla sinusoidale, ma è naturale che il profilo dei denti debba venir studiato, teoricamente prima e sperimentalmente poi, con molta accuratezza.

I diversi avvolgimenti indotti verranno successivamente connessi ad una bobina del wattmetro, in serie con un amperometro adatto per la misura di correnti a frequenza elevata, e per la regolazione di ogni corrente indotta si varierà l'eccitazione con una resistenza, che, al pari della batteria o di altra sorgente di corrente continua adoperata, verrà inserita successivamente nei vari circuiti d'eccitazione.

(1) Ad es., se i valori dell'onda fondamentale e di quattro armoniche superiori sono rispettivamente 100, 7, 5, 4, 3, il valore effettivo per la curva deformata è circa 100,5, epperò il riferimento a tale valore produrrebbe un errore di 0,5%.

* *

Consideriamo per ultimo le modalità della misura propriamente detta.

Sarà bene predisporre le misure in modo da poter eseguire qualunque analisi di tensione o di corrente con un unico strumento. A tal fine conviene adibire il wattmetro direttamente ad analisi di tensioni ed indirettamente ad analisi di correnti, surrogando queste colle tensioni, che esse producono agli estremi di resistenze ohmiche di grandezza adatta. A seconda poi del valore della tensione da analizzare si proporzionerà opportunamente la resistenza zavorra del circuito che si sceglie come voltmetrico, cioè che si sottopone alla tensione da analizzare.

Inoltre, affinché quest'unico strumento possa essere di tipo normale, sarà opportuno, analogamente a quanto si pratica nelle misure ordinarie, adoperare come voltmetrico il circuito della bobina mobile, ed inviare attraverso alla bobina fissa la corrente ausiliare, che converrà venga allora fornita sotto bassa tensione coll'intensità di almeno parecchi decimi di Ampère. A questa disposizione ci riferiremo adunque in quanto segue; inoltre, per fissare le idee, prenderemo specialmente in considerazione un wattmetro di precisione del noto tipo Siemens, a circuito voltmetrico semplice (1).

Qual'è la sensibilità del metodo?

Alla corrente ausiliare si darà in ogni caso il massimo valore lecito per la bobina fissa, ma un'analoga condizione non potrà sempre venir verificata per la corrente voltmetrica, in causa della discontinuità per grandi intervalli delle usuali resistenze zavorra; tuttavia, se la scala è di 150 divisioni, non saremo di solito lontani dal risultato, che la deviazione corrispondente ad un'armonica sia di altrettante divisioni, quanti sono i percento, che l'armonica considerata rappresenta rispetto al valore effettivo della corrente voltmetrica, od a quello, di regola poco diverso, della sua onda fondamentale.

Questa sensibilità è sufficiente nei casi ordinari, in cui non si richiede una grande esattezza, perchè, se si ritiene l'errore assoluto nelle letture a specchio di un decimo di divisione, un'armonica uguale ad es. alla decima parte della fondamentale, potrà venir determinata con un errore relativo di lettura dell'1%. Se le armoniche hanno importanza maggiore o minore della considerata, maggiore o minore riuscirà naturalmente l'approssimazione della misura.

Se è necessaria una determinazione più precisa, come può essere il caso soprattutto per armoniche poco pronunciate, si dovrà aumentare la sensibilità. Senza ricorrere a tipi speciali con sospensione a nastro, essa può facilmente venir raddoppiata nei normali wattmetri di precisione coll'uso di resistenze voltmetriche di grandezza metà, e quindi per corrente doppia dell'ordinaria, inquantochè in questi strumenti la bobina mobile (nonchè la resistenza complementare fino a 1000 Ω) può tollerare un sovraccarico del 100%. Un ulteriore vantaggio si potrà ottenere, se tali resistenze saranno variabili per intervalli minori degli usuali, in modo che la corrente voltmetrica riesca sempre prossima alla massima lecita.

Oppure, anche più semplicemente, si trarrà partito dalla breve durata delle misure, usando correnti ausiliari di intensità superiore, entro limiti opportuni, alla normale per la bobina fissa in inserzione continua.

Coll'uso simultaneo di questi diversi artifici si otterrà

(1) Composto cioè soltanto della bobina mobile e della resistenza zavorra in serie. In un tipo recente invece, quello a compensazione di temperatura, il circuito voltmetrico è più complesso.

una notevole sensibilità, potendo far corrispondere ad un'armonica uguale all'1% della fondamentale una deviazione di circa cinque divisioni.

* *

Ma possono le nostre misure essere affette da errori sistematici?

Nelle misure ordinarie di potenza l'autoinduzione della bobina mobile può teoricamente rendere erroneo il risultato, influendo sia sull'ampiezza della corrente voltmetrica, che sullo sfasamento di questa rispetto alla tensione. Di regola nelle nostre analisi la prima influenza non si fa sentire, perchè in un wattmetro di precisione il coefficiente L di a. i. della bobina mobile è molto piccolo (in un tipo recente scende a soltanto 0,005 H. circa), sicchè, per tutte le armoniche che si sogliono determinare (non si va abitualmente più in là della 13°), $(\omega_p L)^2$ risulta trascurabile rispetto ad R^2 , non solo per una resistenza R del circuito voltmetrico di 1000 Ω , la minima solitamente in uso nelle misure ordinarie, ma anche per resistenze di parecchio inferiori. In quanto poi alla differenza di fase fra due armoniche corrispondenti di tensione e di corrente, essa non entra affatto in gioco nelle nostre analisi.

E nemmeno verrà provocato un errore, cioè un'azione deviatrica sulla bobina mobile, dalle correnti parassite, perchè esse non possono svilupparsi in misura sensibile ad onta dell'elevata frequenza delle correnti ausiliari, visto che la debole intensità di queste fa scegliere per la bobina fissa un filo molto sottile.

Invece può introdurre un errore non trascurabile nella determinazione delle armoniche la mutua induzione fra le due bobine. Di questa non vi sarebbe da tener conto, se si usasse un wattmetro a testa di torsione di antico tipo, perchè in esso la bobina mobile viene sempre ricondotta nella posizione iniziale, ortogonale alla bobina fissa, dove il coefficiente di m. i. si annulla; ma negli odierni wattmetri a lettura diretta, al cui uso non è certo il caso di rinunciare in queste misure, la bobina mobile assume una posizione variabile di volta in volta. Poichè nei casi abituali gli effetti della m. i. non si fanno menomamente sentire, essi non vengono nemmeno menzionati nell'ordinaria teoria del wattmetro, sicchè è necessario spendere qui qualche parola per spiegarne l'influenza sulle nostre misure (1).

Sia M_x il valore del coefficiente di m. i., che corrisponde alla deviazione α della bobina mobile, L ed R il coefficiente di a. i. e la resistenza del circuito voltmetrico, i_p la corrente ausiliaria di pulsazione ω_p , che scorre nella bobina fissa. Della p^{ma} armonica, esistente nella tensione impressa agli estremi del circuito voltmetrico, una componente in quadratura con i_p (in avanzo o in ritardo a seconda che il flusso concatenato attraversa la bobina mobile penetrando per l'una o per l'altra delle sue facce) neutralizza la f. e. m. di m. i., sicchè l'armonica di indice p della corrente, che effettivamente scorre nella bobina mobile, si può riguardare come la risultante delle correnti, che genererebbero separatamente la p^{ma} armonica della tensione impressa e la f. e. m. di m. i. $\omega_p M_x i_p$, agendo agli estremi del circuito voltmetrico. Di queste due correnti la prima è quella, che dovrebbe unicamente venir utilizzata per l'analisi, sicchè dobbiamo esaminare, se e quanto la seconda possa disturbare la misura.

Tale corrente di m. i. ha il valore effettivo

$$i_p' = \frac{\omega_p M_x i_p}{\sqrt{R^2 + \omega_p^2 L^2}} = \frac{\omega_p M_x i_p}{R} \cos \varphi_p$$

ed è in ritardo di $\varphi_p = \arctg \frac{\omega_p L}{R}$ rispetto alla tensione corrispondente, cioè in ritardo rispetto ad i_p dell'angolo

$$\pm 90^\circ + \varphi_p.$$

Essa, reagendo sul campo generato dalla i_p , dà luogo a una coppia di rotazione proporzionale a

$$i_p i_p' \cos(\pm 90^\circ + \varphi_p) = \pm \frac{\omega_p M_x i_p \cos \varphi_p}{R} \sin \varphi_p$$

Essendo φ_p piccolo (anche quando p è relativamente elevato), si può ritenere per approssimazione:

$$\cos \varphi_p = 1, \quad \sin \varphi_p = \text{tg } \varphi_p = \frac{\omega_p L}{R},$$

sicchè in un dato wattmetro il valore della coppia di m. i., ritenendolo altresì il segno conglobato in M_x , risulta proporzionale a

$$L M_x \left(\frac{\omega_p i_p}{R} \right)^2.$$

Esaminiamo partitamente l'influenza delle varie grandezze, che entrano in questa espressione.

La coppia di m. i. è proporzionale ad L , sicchè la piccolezza di questo coefficiente è non solo utile, affinchè l'a. i. non influisca sulle ampiezze delle armoniche della corrente voltmetrica, ma è anche favorevole nei riguardi della m. i.

Poichè M_x si annulla per la deviazione media, in corrispondenza alla quale le due bobine riescono ortogonali, ed è massimo, con segno opposto, ai due estremi della graduazione, il valore della coppia di m. i. è diverso nelle diverse regioni della scala, ed è all'inizio di questa, cioè per piccole deviazioni, che è massima la sua importanza relativa.

La proporzionalità della coppia di m. i. al quadrato della pulsazione spiega, come questa coppia possa riuscire trascurabile nelle solite misure wattmetriche a frequenza ordinaria (1), e non esserlo invece nelle nostre speciali, in cui si usano correnti ausiliari di pari intensità a frequenze notevolmente più elevate.

Inoltre tale coppia dipende in ragione inversa dal quadrato della resistenza voltmetrica R ; ne deriva che le analisi di tensioni alte riusciranno di gran lunga meno disturbate dalla m. i., che non le analisi di tensioni basse.

Poichè sappiamo che nelle misure di potenza a frequenza ordinaria, cioè per la pulsazione ω_1 , la coppia di m. i. è trascurabile anche in corrispondenza alla minima resistenza per esse in uso di 1000 Ω , lo stesso avverrà nelle misure delle armoniche tutte le volte che il rapporto $\frac{\omega_p}{R}$ non superi $\frac{\omega_1}{1000}$;

quindi sarà certamente immune dagli effetti della m. i. la determinazione delle armoniche fino alla 5°, se R non è inferiore a 5000 Ω , resistenza che, per la corrente voltmetrica usuale di 0,03 A., corrisponde ad una tensione di 150 V., fino alla 13° per una tensione non minore di 390 V., ecc.

(1) Mi varrò in parte di considerazioni già svolte in un mio articolo «Sull'uso del wattmetro dinamometrico a frequenze elevate». *Atti dell'A. E. I.*, 1912.

(1) Le armoniche superiori, che sono bensì di frequenza maggiore, ma di piccola ampiezza rispetto alla fondamentale, non alterano l'ordine di grandezza della coppia di m. i., perchè questa è altresì proporzionale al quadrato della corrente.

Praticamente poi si otterranno limiti di tensione molto inferiori ai citati, perchè la coppia di m. i. non incomincia ad essere di grandezza trascurabile proprio in corrispondenza a $\frac{\omega_1}{1000}$, ma lo è anche per resistenze notevolmente inferiori a 1000 Ω .

Se è richiesta una sensibilità maggiore dell'usuale, la m. i. acquista un'importanza relativa più sentita che d'ordinario, perchè i mezzi consigliati per accrescere la sensibilità (diminuzione di R , aumento di i_p rispetto ai loro valori normali) amplificano la coppia di m. i., proporzionale a $\left(\frac{i_p}{R}\right)^2$, in rapporto ben maggiore della principale, che è proporzionale a $\frac{i_p}{R}$ soltanto. Anzi, a tensioni basse, per le quali l'errore

di m. i. riesce ragguardevole, potrebbe esser consigliabile (se non disponessimo di mezzi migliori per eliminarlo) di approfittare in senso opposto di questa diversa dipendenza delle due coppie, accettando cioè una diminuzione di sensibilità, pur di ridurre in misura maggiore l'errore di m. i. (1).

Per venire orientati in modo semplice sull'influenza, che la coppia di m. i. esercita nelle diverse condizioni degli esperimenti, basta chiudere il circuito voltmetrico su se stesso, e vedere quale deviazione si ottiene, dovuta in tal caso soltanto alla m. i., in corrispondenza ad una terna qualunque di valori per ω_p , i_p , R , però scelti in modo che la deviazione non risulti eccessivamente piccola. In base a questa si potrà facilmente trovare, al disotto di qual valore del rapporto $\frac{\omega_p i_p}{R}$ l'influenza della m. i., tenuto conto dell'esattezza

che si vuol raggiungere, sia trascurabile nella regione iniziale della scala, e quindi ancor più nelle altre regioni.

Fondandosi su un simile esperimento e sulla considerazione, che il coefficiente di m. i. è (nei wattmetri Siemens) una funzione lineare della deviazione, che si annulla per la deviazione media della scala (2), si possono anzi calcolare le alterazioni, che la coppia di m. i. provoca nelle diverse deviazioni ed in corrispondenza ai diversi valori ω_p , i_p , R . In tal modo si potrebbero correggere dall'errore di m. i. misure di potenza a frequenza elevata, ma una simile correzione è invece per le nostre analisi insufficiente, perchè non tiene conto del fatto che, quando l'effetto della m. i. è sensibile, la deviazione massima, che si ottiene al wattmetro variando la fase della corrente ausiliare, non corrisponde più esattamente al massimo della coppia principale, sibbene al massimo della somma di questa coppia e di quella dovuta alla m. i., la quale ultima varia colla deviazione.

* *

È dunque necessario trovare qualche metodo, che elimini esattamente ogni effetto della m. i., e ciò, ben inteso, senza pregiudizio della sensibilità delle misure.

Questo scopo si può raggiungere mediante l'uno o l'altro di due artifici, che non richiedono alcun calcolo, bensì l'uso di un apparecchio ausiliare.

Essi riposano rispettivamente sul concetto di annullare

(1) Si noti che la legge secondo cui la coppia di m. i. varia in funzione di R , e quindi tutte le deduzioni relative, non è applicabile al tipo di wattmetro a compensazione di temperatura, se non se ne modifica il circuito voltmetrico. In esso difatti la bobina mobile si trova inserita in un circuito chiuso di resistenza fissa, mentre solo esternamente a questo viene variata la resistenza in corrispondenza alle diverse tensioni.

(2) O, se il montaggio dell'istrumento è stato impreciso, per altra, che corrisponda esattamente all'ortogonalità delle bobine.

virtualmente o il coefficiente di m. i. in ogni posizione della bobina mobile, oppure il coefficiente di a. i. di questa. Che anche col secondo modo si possa ottenere lo scopo voluto, risulta (oltre che dall'espressione trovata per la coppia di m. i., che contiene L come fattore) dalla semplice considerazione, che allora la corrente indotta per m. i. è, al pari della f. e. m. che la genera, in quadratura colla corrente della bobina fissa, e non può quindi dar luogo con essa ad un momento di rotazione.

All'annullamento del coefficiente di m. i. equivale nell'eff. fatto l'introduzione nel circuito voltmetrico di una f. e. m., che rischia per ogni deviazione uguale e contraria a quella di m. i. Una simile f. e. m. può essere fornita da un sistema di bobine identiche a quelle del wattmetro ed in identica di posizione relativa, essendo inoltre le bobine fisse del wattmetro e del sistema ausiliare inserite in serie e le mobili in opposizione o viceversa.

Però non si può usare senz'altro quale sistema ausiliare un secondo wattmetro uguale a quello di misura, perchè, dovendo le connessioni di una sua bobina riuscire invertite rispetto a quelle della corrispondente bobina del primo wattmetro, uno degli strumenti tenderebbe a dare una deviazione negativa, sicchè non si realizzerebbe affatto la condizione voluta dell'uguaglianza di posizione delle due bobine mobili rispetto alle fisse. È quindi necessario di spostare meccanicamente l'indice di uno degli strumenti per fargli occupare la stessa posizione dell'indice dell'altro; ed allora, poichè un istrumento perde il suo carattere di misuratore, si può adoperare una costruzione di apparecchio ausiliare più comoda e nello stesso tempo più a buon mercato, nella quale la bobina mobile venga comandata dall'esterno mediante un bottone, e manchino le parti ora superflue, quali le molle a spirale e lo smorzatore delle oscillazioni.

Ciò posto, basterà, durante la manovra della quale si trova il massimo della deviazione wattmetrica, far copiare il movimento dell'indice del wattmetro da quello dell'apparecchio ausiliare per eliminare ogni influenza della m. i.

Però, specialmente nell'analisi mediata di correnti, si potranno incontrare tensioni molto basse, mentre la resistenza R del circuito voltmetrico non può scendere al disotto di un determinato valore, senza che l'a. i. influisca sulla grandezza delle armoniche della corrente corrispondente. In simili casi eccezionali si dovrebbe quindi moltiplicare la costante k del wattmetro non più per R , ma per l'impedenza $\sqrt{R^2 + (2\omega_p L)^2}$, dove L è il coefficiente di a. i. per una sola delle due bobine mobili in serie. Tuttavia anche allora si potrà di solito prescindere da questa piccola complicazione; inquantochè non vale la pena di tener conto della differenza fra impedenza e resistenza, se, supponendole uguali, si commette un errore inferiore a quello di lettura. Le armoniche sono di regola tanto meno pronunciate quanto più alto è il loro ordine, sicchè coll'aumentare di questo cresce ad un tempo l'impedenza e l'errore relativo di lettura (1).

(1) Nel caso estremo in cui è nulla la resistenza zavorra, la resistenza del circuito voltmetrico si ridurrà a quella delle due bobine mobili, cioè per wattmetri Siemens a circa 200 Ω , sicchè colla sensibilità ordinaria si potrà effettuare l'analisi di una tensione di circa 6 V., o, usando una corrente doppia, della normale, di circa 3 V.

In tale caso più sfavorevole, se L è uguale a 0,005 H., $\sqrt{R^2 + (2\omega_p L)^2}$ per p uguale a 13 o 7 o 3 supera R rispettivamente di circa 2%, 0,6% e 0,1%. Se la sensibilità dell'analisi è di una divisione per un'armonica dell'importanza dell'1% e l'errore assoluto di lettura si ritiene di un decimo di divisione, l'errore che si commette sostituendo la resistenza all'impedenza risulterà perfino in questo caso eccezionale inferiore all'errore di lettura tutte le volte che la 13ª, la 7ª, la 3ª armonica non raggiungano rispettivamente il 5, il 17 e il 100% dell'onda fondamentale.

Per eliminare invece la coppia di m. i. mediante l'annullamento del coefficiente di a. i. del circuito voltmetrico si può utilmente applicare una disposizione, che per quest'ultimo scopo fu già indicata da Drysdale ed usata recentemente dal prof. Lombardi nel corso di interessanti ricerche (1).

Secondo questo metodo si inserisce in parallelo alla resistenza zavorra od a parte di essa r un condensatore di capacità C . Si dimostra facilmente che con questa modificazione il coefficiente di a. i. del circuito voltmetrico viene ridotto dal valore primitivo L al valore

$$L^* = L \left(1 - \frac{Cr^2}{L + (\omega_p Cr)^2} \right)$$

mentre alla sua volta la resistenza iniziale $R = r_0 + r$ (dove r_0 è la somma della resistenza della bobina mobile e della parte rimanente della resistenza zavorra) viene diminuita al valore

$$R^* = r_0 + \frac{r}{1 + (\omega_p Cr)^2}$$

Il coefficiente L^* si annulla per

$$C = \frac{1}{2\omega_p^2 L} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega_p^2 L}\right)^2 - \frac{1}{\omega_p^2 r^2}}$$

La radice corrispondente al segno + in generale varia notevolmente colla frequenza, e qui non interessa (2). L'altra radice invece, se $\left(\frac{\omega_p L}{r}\right)^2$ è trascurabile rispetto all'unità perfino per al più alta frequenza considerata, ha un valore praticamente costante. Ed invero dal suo sviluppo in serie, allora lecito, risulta in tale ipotesi:

$$C = \frac{L}{r^2} \left[1 + \left(\frac{\omega_p L}{r}\right)^2 + \dots \right] \approx \frac{L}{r^2}$$

ed in corrispondenza R^* riesce uguale a

$$R^* = r_0 + \frac{r}{1 + \left(\frac{\omega_p L}{r}\right)^2 + \dots} \approx r_0 + r \approx R,$$

mentre il coefficiente di a. i. del circuito diminuisce al valore pressochè nullo $L \left(\frac{\omega_p L}{r}\right)^2$ ed in ugual rapporto si riduce la coppia di m. i.

Poichè, come sappiamo, L è piccolo, e la resistenza zavorra è di solito notevole, potremo nella grande maggioranza dei casi disporre di una resistenza r , che verifichi l'ipotesi suaccennata. Allora coll'uso del condensatore C corrispondente la coppia di m. i. risulta, per tutte le frequenze delle armoniche che interessano, praticamente annullata, e la costante dell'istrumento riferita alla tensione, al pari della resistenza R' , indipendente dalla frequenza.

Affinchè con un unico condensatore si possa dominare un campo di applicazione quanto più è possibile esteso, converrà porre a base della sua scelta la minima resistenza, che ancora si concilia colla riduzione della coppia di m. i. e coll'indipendenza approssimativa di R' dalla frequenza, che sono

sufficienti per l'esattezza che si vuol conferire alle analisi. In questa guisa esso potrà servire per l'analisi di tutte le tensioni non inferiori a quella, che corrisponde alla somma di tale resistenza zavorra e della resistenza della bobina mobile. E poichè la capacità di questo condensatore risulta sempre piccola, l'applicazione del metodo descritto riesce non soltanto comodissima, ma anche poco costosa.

Per una tensione molto bassa, inferiore al limite suaccennato, il metodo può ancora venire adoperato per quanto in forma meno semplice. Ed invero per le diverse frequenze si dovranno allora usare condensatori di capacità diversa, e, in corrispondenza alla minor resistenza zavorra disponibile, maggiore di quella del condensatore in uso nei casi precedentemente contemplati. Praticamente potrà forse riuscire più comodo lasciare costante la capacità e modificare invece la resistenza; in entrambi i casi però la costante dell'istrumento riferita alla tensione varierà colla frequenza.

È interessante notare che la resistenza r ha un limite inferiore uguale a $2\omega_p L$, perchè al disotto di esso il valore di C riesce immaginario (1).

* *

Concludendo, è lecito affermare che il metodo proposto da Des Coudres per l'analisi diretta di tensioni e correnti alternative può venire realizzato praticamente con mezzi semplici di carattere tecnico, che permettono di accoppiare una notevole esattezza nei risultati con una grande rapidità nelle misure e nei calcoli.

Palermo, ottobre 1915.

(1) Per l'analisi di una tensione di 6 V. (o di 3 V.), considerata in una nota precedente, e per le stesse ipotesi ivi fatte riguardo a r_0 ed L si deve col metodo attuale impiegare una resistenza zavorra di 100 Ω e condensatori rispettivamente uguali per $p = 13$ e per $p = 3$ a circa 0,52 e 0,501 μF . La resistenza apparente del circuito varia in corrispondenza da circa 196 a circa 199,8 Ω , sicchè la costante riferita alla tensione è inferiore a quella, che si ha per la resistenza normale di 200 Ω rispettivamente del 2% e del 0,1% (casualmente, salvo il segno, come pel metodo precedente).

Se la resistenza r diminuisce al disotto di 100 Ω aumenta rapidamente la capacità necessaria, nonchè la variazione sia in essa che nella costante per le diverse frequenze.

La resistenza limite per $p = 13$ risulta di 40 Ω , sicchè nemmeno con questo metodo si possono analizzare coll'esattezza ordinaria tensioni sensibilmente inferiori a quelle, a cui si arriva col metodo precedente, e che del resto non avrebbero importanza pratica.



Pubblicazioni dell'A. E. I.

Norme per l'esecuzione e l'esercizio degli impianti elettrici - dell'Associazione Elettrotecnica Italiana	1,-
(più L. 0,20 per postali).	
Simboli e notazioni per le unità e le grandezze - approvati dalla Commissione Elettrotecnica Internazionale - Simboli per gli schemi proposti dal Comitato Elettrotecnico Italiano	0,30
(più L. 0,15 per postali).	
Descrizione di una macchina elettromagnetica di A. PACINOTTI in cinque lingue: italiana, francese, inglese, latina, tedesca (edizione di lusso) - Pei Soci	2,-
(più L. 0,30 per postali).	
Atti del Congresso Internazionale delle Applicazioni Elettriche di Torino 1911 - Tre volumi di pag. 3000 circa. - In essi, come è noto, sono esaminate moltissime delle principali questioni attuali dell'elettrotecnica	5,-
(più L. 1,20 per postali).	
Elenco dei Fabriccanti in Italia di Materiale e Macchinario elettrico	L. 0,40
(più L. 0,15 per postali).	
L'Elettrotecnica - Annata del 1914	20,-
(più L. 2,- per postali).	

(1) Su la disuniforme distribuzione delle correnti alternate e dei flussi periodici di induzione nelle aste cilindriche di ferro. *L'Elettrotecnica*, 1915.

(2) Per r molto grande essa si avvicina alla capacità di risonanza $\frac{1}{\omega_p^2 L}$.